



基于树状稀疏模型的视觉传感器网络图像数据重构^{*}

胡 敏¹, 黄旭伟¹, 龙 丹², 沈才樑¹

(1. 浙江工业职业技术学院 绍兴 312000; 2. 浙江大学 杭州 315580)

摘 要:针对现有压缩感知算法无法有效利用视觉传感器网络中图像数据相关性的问题,提出一种基于树状稀疏模型的视觉传感器网络数据压缩感知算法。在分析图像数据小波域稀疏特性的基础上,构建了一种视觉传感器网络图像数据的树状稀疏模型,进而针对此模型设计一种新的压缩感知重构算法。理论分析和实验结果表明,相比于传统图像数据压缩感知算法,该算法可有效利用图像数据相关性减少准确重构图像数据所需的测量值,降低视觉传感器网络数据传输能耗。

关键词:视觉传感器网络;压缩感知;树状稀疏性;数据重构

doi: 10.3969/j.issn.1000-0801.2013.02.011

Image Reconstruction Algorithm Based on Tree Sparsity Model for Visual Sensor Network

Hu Min¹, Huang Xuwei¹, Long Dan², Shen Cailiang¹

(1. Zhejiang Industry Polytechnic College, Shaoxing 312000, China;

2. Zhejiang University, Hangzhou 315580, China)

Abstract: A tree sparsity model based image compressed sensing (CS) algorithm was proposed to efficiently explore the correlation in visual sensor networks (VSN) data. Based on the analysis of wavelet sparsity, a tree sparsity model for VSN image was established and a new CS recovery algorithm for this model was proposed. Analysis and experimental results demonstrate that the proposed algorithm can significantly reduce the measurement for the accurate recovery, and subsequently lower energy consumption of data traffic in VSN.

Key words: visual sensor network, compressed sensing, tree sparsity, data reconstruction

1 引言

将实时监测和采集到的图像数据及时传送至网络,使用户进行观察和处理是视觉传感器网络 (visual sensor network, VSN) 的主要任务之一^[1]。然而,VSN 中众多节点感知到的图像数据量庞大,进行图像数据的无线传输需要消耗大量电能,同时视觉传感器网络节点受到体积和成本等

因素的制约,携带的电池能量十分有限。因此,在保障监测质量的前提下如何降低能耗,延长节点生命周期是视觉传感器网络的研究热点^[2]。

视觉传感器网络节点采集到的图像数据具有很大的冗余性和相关性,利用网络数据相关性对其进行压缩,减少冗余信息在网络中的传输是降低节点能耗的有效途径。作为近年来发展起来的全新采样理论,压缩感知(compressed

^{*} 国家自然科学基金资助项目(No.61173130, No.30900358/C100701),国家自然科学基金子课题资助项目(No.0073248)

sensing, CS)^[3-5]为以上问题提供了理想方案。在压缩感知理论框架下,可在节点本地对图像数据进行 CS 测量运算,仅传输较少的测量值便可在接收端通过 CS 重构算法实现图像的重构,从而达到减少网络数据传输量、降低节点能耗的目的。

待重构信号具有稀疏性或可压缩性是压缩感知准确重构的前提,而图像数据经过目前已有的小波变换等稀疏变换后即可呈现出较为理想的稀疏性,因此,目前的图像压缩感知研究大多集中在重构算法设计方面。起初,研究人员使用线性规划(linear programming, LP)算法求解 1 范数最小化问题,得到基追踪(basis pursuit, BP)算法^[6]。基追踪算法计算复杂度极高,为此研究人员提出各种贪婪算法,其中具有代表性的算法包括匹配追踪(matching pursuit, MP)算法^[7]、正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法^[8,9]。与线性规划相比,贪婪算法明显降低了算法复杂度,但重构精度较差。研究人员又提出子空间追踪(subspace pursuit)算法^[10]和压缩采样匹配追踪(compressive sampling matching pursuit, CoSaMP)算法^[11]等改进的贪婪算法。然而,以上算法均针对待重构信号的一般稀疏性设计。而对 VSN 图像数据而言,一般稀疏变换并不足以反映网络数据的相关性,因此传统的压缩感知重构算法不再满足 VSN 图像数据的重构需求。

针对以上问题,本文提出一种基于树状稀疏模型的视觉传感器网络图像数据重构算法。与以往算法不同,该算法首先构建了一种视觉传感器网络图像数据的树状稀疏模型,进而针对此模型设计一种新的压缩感知重构算法。结果表明,与传统压缩感知重构算法相比,本文所提算法可在保证重构精度的前提下有效减少图像数据重构所需的测量值数量,从而可进一步降低 WSN 数据传输能耗,延长网络节点生命周期。

2 问题描述

在如图 1 所示的 VSN 模型中,假设 J 个传感器节点被

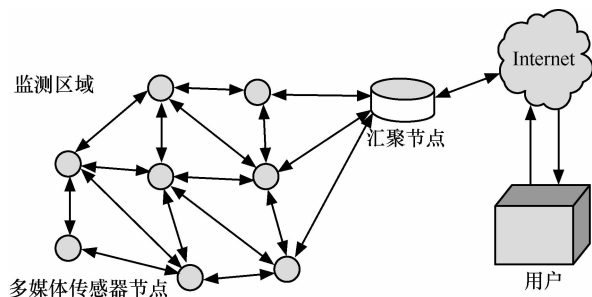


图 1 典型 VSN 模型结构

随机地抛撒在监测区域内,它们通过自组织方式构成无线网络,以协作的方式采集和处理网络覆盖区域中特定的图像信息。考虑在 VSN 工作的某一时刻各节点采集的数据,用 $x_j(j \in \{1,2,\dots,J\})$ 表示第 j 个节点感知到的图像数据。为减少数据传输量,各节点在发送数据之前在本地产生一个伪随机序列构造的测量矩阵 Φ_j ,对节点采集数据进行测量:

$$y_j = \Phi_j x_j \quad (1)$$

而后将所得测量值 y_j 传输至 Sink 节点。其中 $x_j \in R^n$, $y_j \in R^m$, $\Phi_j \in R^{m \times n}$, $m \ll n$ 。各节点数据测量值传输后, Sink 节点得到 $J \times m = M$ 维的测量值向量 $y = [y_1, y_2, \dots, y_J]^T$, 其与各节点采集的图像数据间的关系可表示为:

$$y = \Phi x \quad (2)$$

其中, $x = [x_1, x_2, \dots, x_J]^T \in R^N$ 为原始图像数据, $M \times N$ 维测量矩阵为:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_J \end{bmatrix}_{M \times N} \quad (3)$$

其由 J 个随机矩阵子块组成。注意到由式(1)重构原始数据的过程可看作压缩感知理论中典型的稀疏信号重构问题。由于 $M \ll N$, 求解 x 的线性方程组处于欠定状态, 方程组有无数多解, 因此可将此欠定线性方程组求解问题转化为 1 范数最小化问题^[4]:

$$\arg \min \|x\| \text{ s.t. } y = \Phi x \quad (4)$$

通过求解 1 范数最小化得到式(1)的解。以往的压缩感知重构算法大多基于信号的一般稀疏性而设计。然而, VSN 中的图像数据不仅具有一般信号的稀疏性, 充分利用其特有的稀疏性可进一步降低网络数据传输量。因此, 为有效利用图像数据的稀疏性, 在稀疏小波分解的基础上构建了 VSN 图像数据的树状稀疏模型, 并针对新的稀疏模型设计图像数据重构算法。

3 网络数据的二次规划重构

3.1 稀疏模型

稀疏小波分解环境下的树状稀疏性。考虑信号 x 长度为 $N=2^I$, 其中 I 为整数。信号 x 的小波域稀疏表示可写为:



$$x = v_0 v + \sum_{i=0}^{l-1} \sum_{j=0}^{2^i-1} w_{i,j} \psi_{i,j} \quad (5)$$

其中, v 为尺度函数, $\psi_{i,j}$ 为尺度 i 和 offset j 下的小波函数。小波变换由尺度系数 v_0 、尺度 i 和位置 j 下的小波系数 $w_{i,j}$ 组成, $0 \leq i \leq l-1, 0 \leq j \leq 2^i-1$ 。将尺度函数 v 和小波函数 $\psi_{i,j}$ 作为矩阵的列, 可得小波变换矩阵 ψ , 则式(5)所示信号的小波域稀疏表示可写为如下矩阵向量形式:

$$x = \psi \alpha \quad (6)$$

其中, 稀疏系数向量由尺度系数和小波系数组成:

$$\alpha = [v_0 \quad w_{0,0} \quad w_{1,0} \quad w_{1,1} \quad w_{2,0} \quad \dots]^T \quad (7)$$

考虑这样一种小波系数集 Ω : 若小波系数 $w_{i,j} \in \Omega$, 则有系数 $w_{i-1, \lceil j/2 \rceil} \in \Omega$ 。每个这样的小波系数集合定义一个信号的子空间, 信号的支集元素即包含在该子空间内。而 Ω 之外的小波系数均为 0。由此, 可对树状稀疏信号 T_K 进行如下定义:

$$T_K = \left\{ x = v_0 v + \sum_{i=0}^{l-1} \sum_{j=0}^{2^i-1} w_{i,j} \psi_{i,j} : w|_{\Omega^c} = 0, |\Omega| = K \right\} \quad (8)$$

其中 $|\Omega|=K$ 为树状稀疏信号的稀疏度。

3.2 算法描述

输入: 压缩感知测量矩阵, 测量值向量 y 。

输出: 重构图像数据 $\hat{x}$ 。

初始化: $\hat{x}_0 = 0, d = y, i = 0$ 。

步骤 1: $i \leftarrow i+1$ 。

步骤 2(计算残差值): $e \leftarrow \Phi^T d$ (Φ^T 表示矩阵 Φ 的转置)。

步骤 3(第一次确定重构向量元素): $\Omega \leftarrow \max(|e|, K)$ ($\max(|e|, K)$ 表示向量 e 中 K 个幅值最大的元素的位置)。

步骤 4: $T \leftarrow \Omega \cup \hat{x}_{i-1}$ 。

步骤 5: $\hat{x}_i \leftarrow M(b, K), F_i = \max \left(\left((\Phi_T^T \Phi_T)^{-1} \Phi_T^T \cdot e \right), K \right)$ (Φ_T 表示矩阵 Φ 中以集合 T 中元素为列序号的列组成的子矩阵)。

步骤 6: $d \leftarrow y - \Phi \hat{x}_i$ 。

最终解: $\hat{x} = \hat{x}_i$ 。

4 算法分析

本节对所提算法重构所需测量数下界做理论推导。由参考文献[12]可知, 重构长度为 N , 稀疏度为 K 的稀疏向量所需测量值下界 N 与维实数空间中 K 维子空间的个数有

关。将此结论叙述如下, 作为推导的引理之一。

引理 1 对任意 $t > 0$, 当 $M \geq \frac{2}{c\delta^2} \left(\ln(2\tau_K) + K \ln \frac{12}{\delta} + t \right)$

时, 稀疏度为 K 的 N 维稀疏向量可由数量为 M 的测量值中准确重构的概率不小于 $1 - e^{-t}$ 。其中 τ_K 为 K 维子空间个数, δ 为 RIP 常数。

下面给出引理 2, 推导树状稀疏模型对应的子空间个数。

引理 2 稀疏度为 K 的树状稀疏信号 T_K 中包含的子空间个数 $\tau_K \leq \frac{4^{K+4}}{K e^2}$ 。

证明 用 $t_{k,h}$ 表示高度为 h 的 K 阶子树, 则有:

$$\tau_K = \sum_{h=\lceil \lg K \rceil+1}^{\lg N} t_{K,h} \quad (9)$$

由参考文献[13]可知:

$$\begin{aligned} t_{K,h} &\leq \frac{4^{K+2}}{h^4} \sum_{m \geq 1} \left[\frac{2K}{h^2} (2\pi m)^4 - 3(2\pi m)^2 \right] \cdot e^{-\frac{K(2\pi m)^2}{h^2}} \\ &\leq \frac{4^{K+2}}{h^4} \sum_{m \geq 1} \frac{2K}{h^2} (2\pi m)^4 \cdot e^{-\frac{K(2\pi m)^2}{h^2}} \end{aligned} \quad (10)$$

令 $m_a = \frac{h}{\pi\sqrt{2K}}, \beta_h = \sum_{m \geq 1} \frac{2K}{h^2} (2\pi m)^4 \cdot e^{-\frac{K(2\pi m)^2}{h^2}}$, 则有:

$$\begin{aligned} \beta_h &\leq \int_1^{\lceil m_a \rceil} \frac{2K}{h^2} (2\pi x)^4 \cdot e^{-\frac{K(2\pi x)^2}{h^2}} dx + \sum_{m=\lceil m_a \rceil}^{\infty} \frac{2K}{h^2} (2\pi m)^4 \\ &\quad \cdot e^{-\frac{K(2\pi m)^2}{h^2}} + \int_{\lceil m_a \rceil}^{\infty} \frac{2K}{h^2} (2\pi x)^4 \cdot e^{-\frac{K(2\pi x)^2}{h^2}} dx \\ &\leq \int_1^{\lceil m_a \rceil} \frac{2K}{h^2} (2\pi x)^4 \cdot e^{-\frac{K(2\pi x)^2}{h^2}} dx + \frac{8h^2}{K e^2} \end{aligned} \quad (11)$$

进行变量替换, 令 $u = 2\pi x$, 则式(11)可写为:

$$\begin{aligned} \beta_h &\leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma^2} u^4 \cdot e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} dx + \frac{8h^2}{K e^2} \\ &\leq \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} u^4 \cdot e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} dx + \frac{8h^2}{K e^2} \end{aligned} \quad (12)$$

注意到对高斯分布有 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} u^4 \cdot e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} dx = 3\sigma^4$, 代入

式(12)可得:

$$\beta_h \leq \frac{3\sigma^3}{2\sqrt{2\pi}} + \frac{8h^2}{K e^2} = \frac{3h^3}{8\sqrt{\pi}K^3} + \frac{8h^2}{K e^2} \quad (13)$$

将式(13)代入式(10)可得:

$$t_{K,h} \leq \frac{4^K}{K} \left(\frac{6}{h\sqrt{\pi K}} + \frac{128}{h^2 e^2} \right) \quad (14)$$

代入式(9)可得:

$$\begin{aligned} \tau_K &\leq \sum_{h=\lfloor \lg K \rfloor + 1}^{\lg N} \frac{4^K}{K} \left(\frac{6}{h\sqrt{\pi K}} + \frac{128}{h^2 e^2} \right) \\ &\leq \frac{4^K}{K} \left(\frac{6}{\sqrt{\pi K}} \sum_{h=\lfloor \lg K \rfloor + 1}^{\lg N} \frac{1}{h} + \frac{128}{e^2} \sum_{h=\lfloor \lg K \rfloor + 1}^{\lg N} \frac{1}{h^2} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{将 } \sum_{j=a}^b j^{-1} \leq \ln \frac{b}{a-1}, \sum_{j=a}^b j^{-2} \leq \frac{b}{a-1} \text{ (Euler-Maclaurin}$$

公式)代入式(15)可得:

$$\begin{aligned} \tau_K &\leq \frac{4^K}{K} \left(\frac{6}{\sqrt{\pi K}} \ln \frac{\lg N}{\lfloor \lg K \rfloor} + \frac{128}{e^2 \lfloor \lg K \rfloor} \right) \\ &\leq \frac{4^{K+4}}{Ke^2 \lfloor \lg K \rfloor} \leq \frac{4^{K+4}}{Ke^2} \end{aligned} \quad (16)$$

结论得证。

$$\text{定理 对任意 } t > 0, \text{ 当 } M \geq \frac{2}{c\delta^2} \left(\ln \left(\frac{128}{Ke^2} \right) + K \ln \frac{48}{\delta} + t \right)$$

时, 稀疏度为 K 的 N 维树状稀疏信号可由数量为 M 的测量值中准确重构的概率不小于 $1 - e^{-t}$ 。其中 τ_K 为 K 维子空间个数, δ 为 RIP 常数。

$$\text{证明 将 } \tau_K \leq \frac{4^{K+4}}{Ke^2} \text{ 代入 } M \geq \frac{2}{c\delta^2} \left(\ln(2\tau_K) + K \ln \frac{12}{\delta} + t \right)$$

中可得:

$$M \geq \frac{2}{c\delta^2} \left(\ln \left(\frac{128}{Ke^2} \right) + K \ln \frac{48}{\delta} + t \right)$$

结论得证。

以上分析表明, 使用本文所提算法使用的测量数下限与稀疏度 K 同数量级, 且与信号长度 N 无关, 而传统压缩感知重构算法则需要与 $K \log(N/K)$ 同数量级的测量数。因此, 本文算法可减少准确重构所需传输的数据量, 达到进一步降低节点能耗的目的。

5 实验仿真

本节利用 MATLAB 软件进行算法的仿真实验。实验分为两部分: 首先, 利用所提算法重构一般向量以验证算法的正确性。而后利用本文算法对图像数据进行重构, 以验证其对实际网络图像数据重构的有效性。为将本文算法与传统压缩感知重构算法进行比较, 两部分实验中均使用传

统的压缩感知重构算法重构同一稀疏向量或图像数据。

首先, 使用本文算法对一般向量进行重构。实验中选择稀疏向量长度 $N=1024$, 稀疏度 $K=42$, 使用测量数 $M=120$, 图 2 为在同一次重构中不同重构算法的重构向量与原始向量对比。由重构结果可以看出, 对传统的重构算法而言, 此测量数未达到准确重构的数量要求, 因此重构误差较大; 本文算法利用相同的测量数可获得相对准确的重构结果, 重构准确度明显优于传统算法。

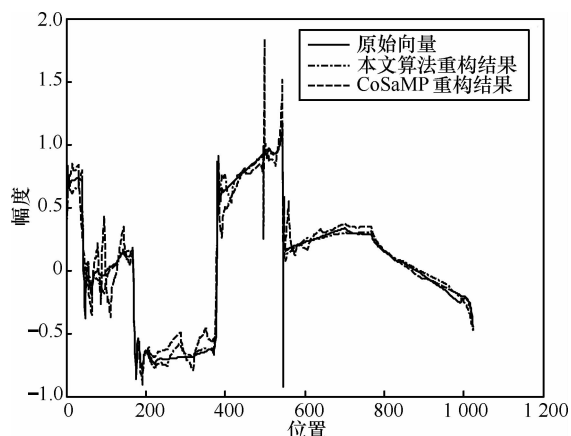


图 2 重构向量与原始向量对比

为进一步说明不同算法重构误差与测量数间的关系, 在实验时变换测量数, 对于每种不同测量数重复实验 100 次, 并定义重构的均方根误差 (root mean-squared error, RMSE) 小于 0.04 为重构成功, 重构成功率为成功次数与实验次数之比。图 3 所示的重构成功率曲线可更全面地反映出本文算法在不同测量数情况下的重构性能。由重构结果可看出, 与传统算法相比, 本文算法仅需较少的测量值即可准确重构。

以上仿真结果表明, 本文算法可对一般向量其进行准

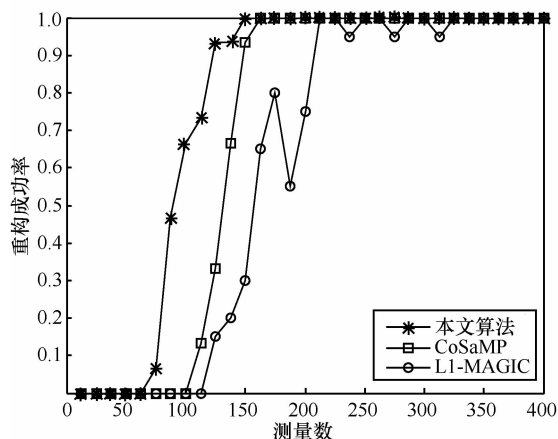


图 3 一般向量重构成功率对比



确重构,并且与经典压缩感知重构相比,本文算法可在保证重构准确度前提下重构所需的测量数。下面的实验将验证算法对视觉传感器网络图像数据的重构性能,并对本文算法与以往的网络数据重构算法进行比较。

实验中选取分辨率为 256 dpi×256 dpi 的 Lena 图像作为待重构图像,测量时选取高斯随机矩阵图像数据进行测量,测量数为实际数据量的 40%,即 $M/N=0.4$ 。重构完毕后计算重构的峰值信噪比(peak signal-to-noise rate, PSNR)作为衡量视频重构质量的标准。实验中使用传统的压缩感知重构算法重构同一图像数据。图 4 为不同重构算法的重构图像与原始图像对比。由重构结果可看出,相同测量数情况下,本文算法较传统算法达到了更高的图像重构准确度。



图 4 重构图像与原始图像对比

为在不同数据传输量情况下比较本文算法与其他算法的重构性能,本部分实验采用前一部分实验类似的方法,变换测量数取值,使 M/N 在 0~0.8 递增,对于每种不同测量数重复实验 100 次,如果图像重构的 $PSNR>25$ dB,则视为重构成功。重构的成功率为成功次数与实验次数之比,实验得到的重构成功率曲线如图 5 所示。结果表明,与传统算法相比,在相同测量数条件下,本文算法可达到更高重构准确度;而要达到相同的重构准确度,本文算法所需的测量数少于传统算法。

6 结束语

利用视觉传感器网络图像的相关性进行数据压缩,可

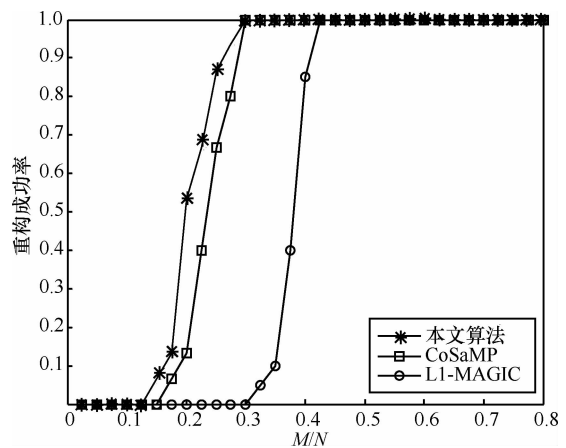


图 5 网络数据重构成功率对比

有效减少数据传输能耗,压缩感知理论为实现这一目标提供了较好的方案。然而传统压缩感知重构算法难以充分利用传感器网络图像的相关性,为解决此问题,本文提出了基于树状稀疏模型的视觉传感器网络图像重构算法。首先构造图像数据的树状稀疏模型,进而针对此模型设计一种新的压缩感知重构算法。相对于传统压缩感知重构算法而言,本文算法可有效利用网络图像数据的相关性,减少准确重构网络数据所需的测量值,从而进一步降低了网络图像数据的传输能耗。

参考文献

- Misra S, Reisslein M, Xue G. A survey of multimedia streaming in wireless sensor networks. *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, 2008(10):18~39
- Charfi Y, Wakamiya N, Murata M. Challenging issues in visual sensor networks. Technical Report, Advanced Network Architecture Laboratory, Osaka University, 2007
- Donoho D. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289~1306
- Candes E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 489~509
- 石光明,刘丹华,高大化等. 压缩感知理论及其研究进展. *电子学报*, 2009, 37(5): 1070~1081
- Chen S, Donoho D, Saunders M. Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1999, 20(1): 33~61
- Kim S, Koh K, Lustig M, et al. An interior-point method for large-scale ℓ_1 regularized least squares. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(4): 606~617
- Tropp J, Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655~4666

- 9 Donoho D L, Tsaig Y, Drori I, *et al.* Sparse solution of underdetermined linear equations by stage-wise orthogonal matching pursuit. Technical Report, Mar 2006
- 10 Dai W, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing: closing the gap between performance and complexity. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2230~2249
- 11 Needell D, Tropp J. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3): 301~321
- 12 Blumensath T, Davies M. Sampling theorems for signals from the union of finite-dimensional linear subspaces. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(4):1872~1882
- 13 Brown G, Shubert B. On random binary trees. Mathematics of Operations Research, 1984, 9(1): 43~65

[作者简介]

胡敏,女,硕士,浙江工业职业技术学院副教授,主要研究方向为电气自动化技术应用、计算机控制应用。

黄旭伟,男,硕士,浙江工业职业技术学院副教授,主要研究方向为自动化技术应用。

龙丹,男,浙江大学博士研究生,主要研究方向为图像处理和分折。

沈才樑,男,浙江工业职业技术学院副教授,主要研究方向为视频与图像处理。

(收稿日期:2012-12-13)

(上接第 63 页)

- 12 Ivanovic V N, Jovanovski S. Signal adaptive system for time-frequency analysis. Electronics Letters, 2008, 44(21): 1279~1280
- 13 Shui P L, Bao Z, Su H T. Nonparametric detection of FM signals using time-frequency ridge energy. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(5): 1749~1760
- 14 Varzakas P, Tombras G S. Spectral efficiency for a hybrid DS/FH code-division multiple-access system in cellular mobile radio. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2001, 50 (6): 1321~1327
- 15 Liu X, Sidiropoulos N D, Swami A. Joint hop timing and frequency estimation for collision resolution in FH networks. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2005,4 (6): 3063~3074

[作者简介]



席有猷,男,中国人民解放军装备学院博士研究生,主要研究方向为信号获取与信息处理。



郝建华,男,硕士,中国人民解放军装备学院副教授,主要研究方向为通信与信息系统。



程乃平,男,博士,中国人民解放军装备学院教授,主要研究方向为信号获取与信息处理、扩频通信。



刘茂国,男,硕士,中国人民解放军装备学院讲师,主要研究方向为信号获取与信息处理。

(收稿日期:2012-12-01)